

Expressões Lógicas

011111101010

Prof^o José W. R. Pereira

jose.pereira@ifsp.edu.br

josewrpereira.github.io/docs



Índice

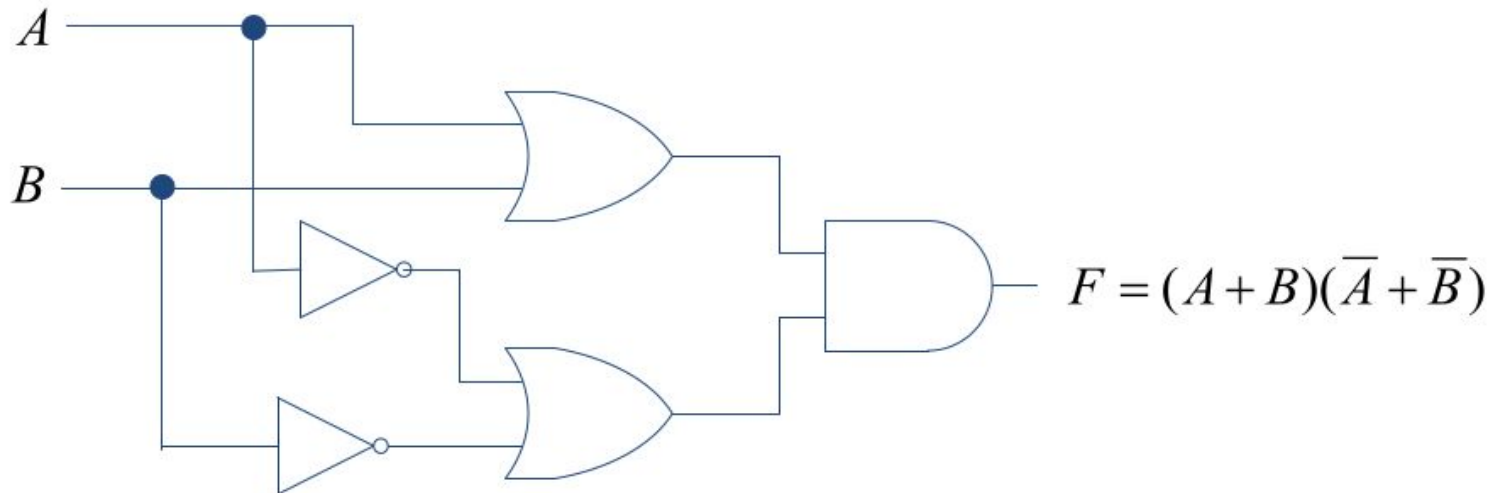
1. Expressões Lógicas
2. Mintermos e Maxtermos
3. Álgebra de Boole
4. Axiomas e Teoremas
5. Propriedades e Leis Algébricas
6. Teorema de De Morgan

Perguntas Mediadoras

1. O que são expressões lógicas?
2. Explique as operações lógicas de disjunção e conjunção.

Expressões Lógicas

Expressões lógicas, também denominadas expressões booleanas, consistem na **representação algébrica** do comportamento de circuitos e sistemas digitais, estabelecendo uma **relação matemática** entre **variáveis de entrada** e uma **saída resultante**.

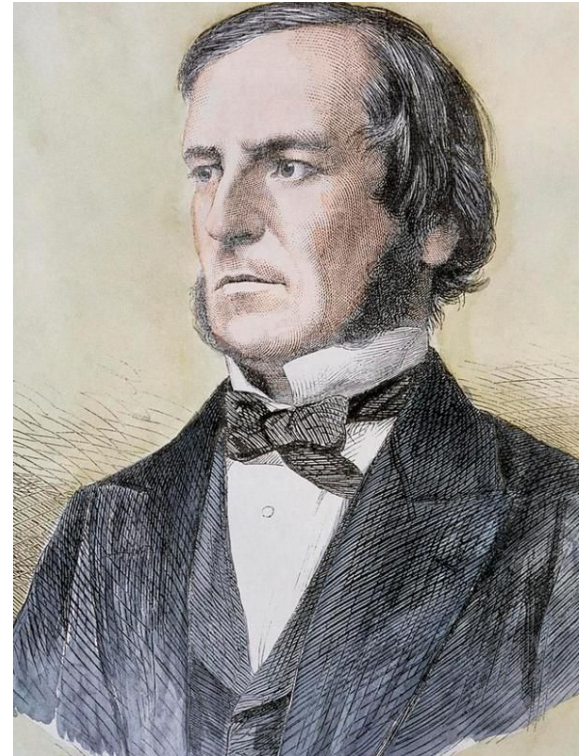


Expressões Lógicas

As expressões lógicas fundamentam-se na **Álgebra de Boole**, desenvolvida por George Boole no século XIX, que utiliza postulados e operações simples para resolver problemas práticos de controle através de estados binários:

0 : ausência de tensão ou não-condução

1 : presença de tensão ou condução



□ 02/11/1815 † 08/12/1864

Expressões Lógicas

As **funções lógicas primárias** que compõem essas expressões são

- **AND (conjunção)** : $(A \cdot B)$ ou (AB)
- **OR (disjunção)** : $(A+B)$
- **NOT (negação ou inversão)** : \bar{A} ou A'

a partir das quais derivam-se blocos mais complexos como

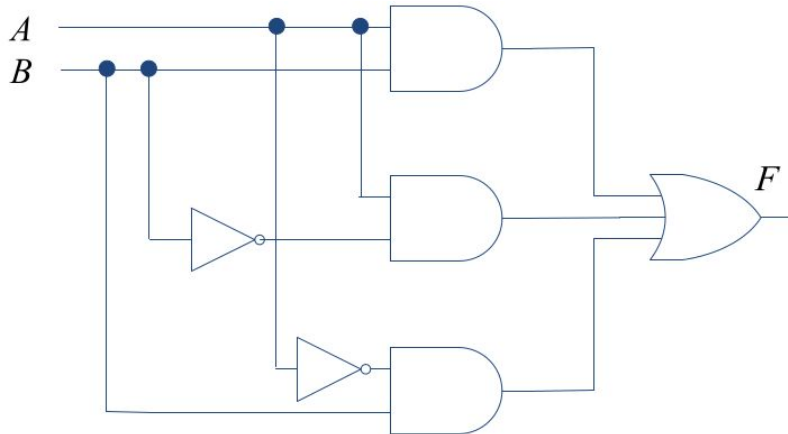
- **NAND** : $\overline{(A \cdot B)}$ ou \overline{AB}
- **NOR** : $\overline{(A+B)}$
- **XOR** : $(A \oplus B)$
- **XNOR** : $\overline{(A \oplus B)}$ ou $(A \odot B)$

Expressões Lógicas

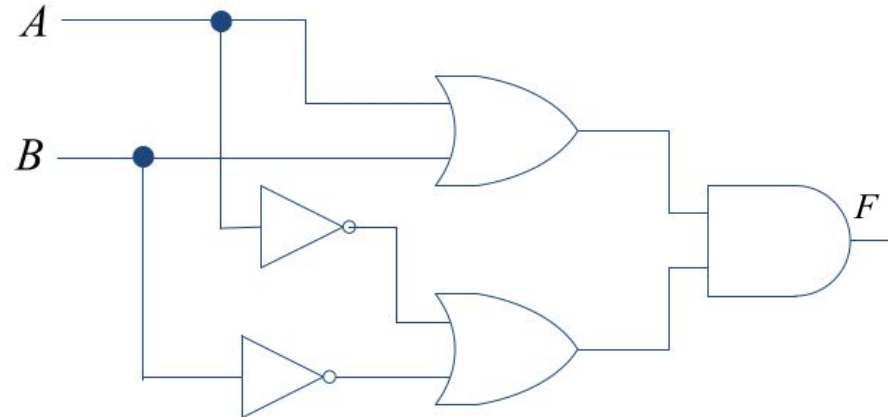
Expressões lógicas podem ser estruturadas em formatos específicos como:

- **Soma de Produtos**, onde termos de produto são unidos por portas **OR**
- **Produto de Somas**, onde termos de soma são unidos por portas **AND**

$$F = AB + \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B$$



$$F = (A + B)(\overline{A} + \overline{B})$$



Mintermos

Um mintermo é um **termo de produto (operação lógica AND)** que assume o **valor lógico 1** para uma única combinação específica das variáveis de entrada.

Na análise de circuitos combinacionais, os mintermos são utilizados no método da **Soma de Produtos**, onde se identificam **todas as linhas da tabela-verdade cujo resultado da saída é 1**.

Para a construção de um mintermo, segue-se a regra de que variáveis com valor 0 aparecem na forma complementada (barrada) e variáveis com valor 1 aparecem na forma não complementada.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>F</i>	
0	0	0	
0	1	1	→ $F = \bar{A}B$
1	0	1	→ $F = A\bar{B}$
1	1	1	→ $F = AB$

Ao realizar a **disjunção (operação OR)** de todos os mintermos que resultam em saída alta, obtém-se a **expressão lógica completa do sistema**.

Maxtermos

Um maxtermo é um **termo de soma (operação lógica OR)** que produz o **valor lógico 0** para uma combinação exclusiva das variáveis de entrada.

O uso de maxtermos fundamenta o método de **Produto de Somas**, que é menos frequente mas igualmente válido do ponto de vista algébrico.

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$\rightarrow \bar{F} = \bar{A}\bar{B}$ or $F = (A + B)$
 $\rightarrow \bar{F} = AB$ or $F = (\bar{A} + \bar{B})$

Na convenção de maxtermos, a lógica é invertida em relação aos mintermos: a variável assume a forma não complementada se seu valor for 0 e a forma complementada se seu valor for 1, visando forçar o resultado do termo de soma para 0.

A **função completa** é obtida através da **conjunção (operação AND)** de todos os maxtermos que representam as saídas 0 da tabela-verdade.

Axiomas e Teoremas

Para a simplificação de expressões, as fontes destacam postulados fundamentais:

- **Identidade:**

- $A + 0 = A$
- $A \cdot 1 = A$

- **Nulo (Absorvente):**

- $A + 1 = 1$
- $A \cdot 0 = 0$

- **Idempotência:**

- $A + A = A$
- $A \cdot A = A$

- **Complementaridade:**

- $A + \bar{A} = 1$
- $A \cdot \bar{A} = 0$

- **Involução (Dupla Negação):**

- $\overline{\bar{A}} = A$

Propriedades e Leis Algébricas

Essas leis regem a manipulação de expressões complexas e seguem princípios similares à álgebra convencional, com exceções específicas.

- **Comutativa:** A ordem das variáveis não altera o resultado da operação
 - $A + B = B + A$
 - $A \cdot B = B \cdot A$
- **Associativa:** O agrupamento de termos em somas ou produtos não altera o resultado final
 - $A + (B + C) = (A + B) + C$
 - $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
- **Distributiva:** Permite a expansão ou fatoração de termos
 - $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$
 - $(A \cdot B) + C = (A + C) \cdot (B + C)$
- **Absorção:** Termos redundantes são eliminados pela variável dominante
 - $A + A \cdot B = A$
 - $A + \bar{A} \cdot B = A + B$
 - $A \cdot (A + B) = A$
 - $A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$

Teorema de De Morgan

Augustus De Morgan estabeleceu dois teoremas vitais que permitem a conversão entre operadores e a simplificação de barras de inversão sobre expressões complexas.

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Perguntas Mediadoras

1. O que são expressões lógicas?
2. Explique as operações lógicas de disjunção e conjunção.

Exercícios

Simplifique as seguintes expressões algébricas visando a redução do número de termos ou variáveis:

$$1. S = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C}$$

$$2. S = \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$$

$$3. S = ABC + A\bar{C} + A\bar{B}$$

$$4. S = \bar{A}B + A\bar{B} + AB$$

$$5. S = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC$$

$$6. Y = ABCD + AB\bar{C}D + ABC\bar{D}$$

$$7. Y = A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C$$

$$8. F = A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + ABC\bar{C}$$

$$9. F = A\bar{B}(B + C)$$

Exercícios

Utilize as leis de De Morgan para simplificar ou transformar as expressões abaixo, eliminando as barras de negação sobre múltiplos termos:

$$1. F = \overline{A + B + \bar{C}}$$

$$2. F = \overline{\overline{ABC} + D}$$

$$3. F = \overline{A + (B + C)\bar{D}}$$

$$4. F = \overline{\overline{A + B + \bar{A}B}}$$

$$5. F = \overline{A + B + C + \bar{A}\bar{B} + \bar{B}C}$$

$$6. F = \overline{\bar{A}B} + ABC$$

Exercícios

Demonstre a validade das igualdades ou situações lógicas utilizando os axiomas da álgebra booleana:

Prove a seguinte igualdade: $(A+B)(A+C) = A+BC$

Referências

- GOMES, P. S. **Controle e Automação Industrial III**. Disponível em:
<<https://controleeautomacaoindustrial3.blogspot.com/2012/>>. Acesso em: 19 jan. 2026.
- MARIANA,LUCAS, JUAN. **Primeira Geração - Computadores a válvula e relé**. Disponível em:
<<https://museuvirtualutfpr.blogspot.com/2011/12/primeira-geracao-computadores-valvula-e.html>>. Acesso em: 19 jan. 2026.
- TOCCI, Ronald J.; WIDMER, Neal S. **Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações**. 8. ed. Pearson, 2015.
- PALANIAPPAN, Ramaswamy. **Digital Systems Design**. bookboon.com, 2011.
- TRINDADE JUNIOR, Rosumiro; JULIÃO, Jodelson Moreira. **Circuitos Digitais**. Manaus: Centro de Educação Tecnológica do Amazonas (CETAM), 2012

Sistemas Digitais

Profº José W. R. Pereira

jose.pereira@ifsp.edu.br

josewrpereira.github.io/docs

